

四象限整流器宽频建模与差频振荡分析

王颖杰,周海兰,陈永发,白飞莹

(中国矿业大学 电气工程学院,江苏 徐州 221000)

摘要:不同动车组中四象限整流器的开关频率出现偏差时会引起电流低频振荡现象,不利于牵引电网运行。针对此问题,提出一种SPWM比较器的矩阵小信号建模方法,实现了单相PWM整流器开关频段特性的较精确描述。接着进一步建立并联四象限整流器的矩阵小信号模型,再利用所建模型分析不同动车组混跑时差频振荡产生的原因以及发生规律。最后,通过实验验证所建模型与分析结论的正确性。

关键词:四象限整流器;牵引电网;矩阵小信号模型;差频振荡

中图分类号:TM461 **文献标识码:**A **DOI:**10.19457/j.1001-2095.dqed25174

Broadband Modeling of Four-quadrant Rectifier and Differential Frequency Oscillation Analysis

WANG Yingjie, ZHOU Hailan, CHEN Yongfa, BAI Feiying

(School of Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou 221000, Jiangsu, China)

Abstract: When the switching frequency of the four-quadrant rectifiers in different multiple units deviates, the current will experience low-frequency oscillation, which is not conducive to the operation of the traction power grid. Therefore, a matrix small-signal modeling method for SPWM comparators was proposed to analyze this issue, which achieves a more accurate description of the switching frequency characteristics of the single-phase PWM rectifier. Then, the matrix small-signal modeling of parallel four-quadrant rectifiers was further established, and then the model was used to analyze the causes and rules of differential frequency oscillation during mixed running of different multiple units. Finally, the correctness of the established model and analysis conclusions were verified through experiments.

Key words: four-quadrant rectifier; traction power grid; matrix small-signal model; differential frequency oscillation

近年来,随着高速铁路的快速发展,车网耦合系统中不时发生低频振荡现象,影响动车正常运行^[1-5]。2010年,北京、郑州等多地的CRH5型动车组发生牵引封锁,动车组无法正常启动;2016年,徐州供电段低频振荡现象发生158次,作为我国最繁忙的铁路枢纽之一,该类型事故严重影响了铁路正常运行。

振荡现象可能造成牵引封锁,使得机车无法正常开出,严重影响了列车秩序,威胁列车运行安全^[6-8]。目前,低频振荡问题受到了国内外专家学者的广泛关注,发生低频振荡原因比较复杂^[9-12],并且原因众多。

动车组混跑时不同动车组四象限整流器开关频率会出现微小偏差,这将引起网侧交流电流出现低频振荡现象,对列车运行造成不良影响。

因此,有必要对此现象进行深入分析。

现有的低频振荡分析方法主要分为三类:1)加入网侧阻抗后,建立四象限变流器的控制数学模型,分析其稳定性^[13];2)根据阻抗模型分析车网耦合系统的稳定性^[14-16];3)利用非线性理论分析该系统的稳定性^[17]。低频分析的基础是模型,而状态空间平均法^[18-19]、三端开关器件模型法^[20]、能量守恒法^[21-22]等传统方法建立的四象限整流器模型只能反映低频段的问题。

文献[23]提出了多频率小信号模型,将PWM调制环节等效为考虑开关频率的多频率注入环节,可将模型描述扩展到开关频率处,较准确地描述了接近开关频率时电流环相位延时增大现象,且此模型适于频域分析。文献[24]提出了一种基于时域分析和描述函数的Jian Li模型。该

模型将电感、开关器件和 PWM 调制环节整合成一个整体,准确描述了开关频率一半以上,甚至超过开关频率部分的系统特性。多频率小信号模型和 Jian Li 模型的建模方法目前还主要针对直流开关电路,尚未推广到 DC/AC 变换器建模中。文献[25]采用一维频谱分析法,分析了双极性非对称规则采样 PWM 的谐波映射关系,建立了单相逆变器 PWM 环节多频模型,但该模型没有考虑开关频率次谐波映射关系。文献[26]中首次提出了差频振荡的概念,以分布式供电系统中的 Buck 变换器为研究对象,提出并联在同一系统中的不同变换器之间会出现开关纹波的干扰,为了分析这种差频振荡问题,该文献中建立了一种可以描述 Buck 变换器单输入多输出特性的矩阵小信号模型。文献[27]中建立了 DC-DC 变换器的高频模型,包括电压模式控制 Buck 变换器和电压模式控制 Boost 变换器,并分析变换器相互作用时引起的差频振荡问题。

为了研究不同动车组混跑时牵引电网差频振荡问题,本文首先建立了一种可以描述单相及并联四象限整流器高频段附近相互作用的矩阵小信号模型;在此基础上进行了不同动车组混跑时牵引电网差频振荡产生原因及振荡规律分析;最后通过实验验证了本文所提模型和结论的正确性。

1 单相 PWM 整流器矩阵小信号建模

1.1 SPWM 比较器建模

AC-DC 变换器中 PWM 比较器的示意图如图 1 所示, $i_p(t)$ 为给定正弦信号, $i_p(t) = I_p \sin(2\pi f_x t)$, f_x 为扰动频率, I_p 为参考电流; $i_c(t)$ 为 PWM 比较器的输入, $i_c(t) = i_p(t)$; T 为载波周期; V_m 为载波幅值; $d(t)$ 为输出。

本文首先建立载波为任意波时的 SPWM 比较器模型,三角波和锯齿波作为载波时的比较器模型将作为统一模型的特殊形式。图 2 为比较器的输入、输出波形,输入正弦波 $i_p(t)$ 对应的实际输出波形为 $d_0(t)$,当比较器对 $i_p(t)$ 在 $t = nT + T_1$ 时刻进行规则采样,得到的输出波形为 $d(t)$ 。

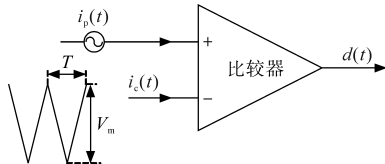


图 1 SPWM 调制模型示意图

Fig.1 Schematic diagram of SPWM comparator model

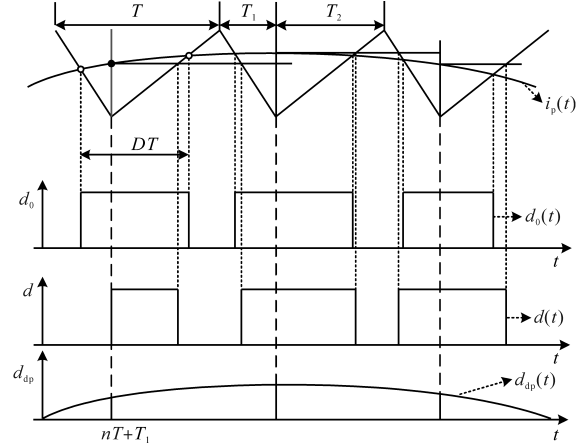


图 2 SPWM 比较器的输入输出波形

Fig.2 Input and output waveforms of the SPWM comparator

当开关频率较高时, $d(t)$ 中波形的脉宽将很窄,因此可以将其近似为冲激函数按照开关频率 f_s ($f_s = 1/T$) 在时刻 $t = nT + T_1$ 处采样 $i_p(t)$ 得到的样本序列:

$$d_{dp}(t) \approx d[n] = i_p[nT + T_1] \quad (1)$$

根据上述分析,同样可以将 PWM 比较器的建模转换为建立给定输入信号与样本信号之间的数学模型。

假设给定输入信号为

$$x_0(t) = \sin(2\pi f_p t + \theta) \quad 0 < f_p < f_s/2 \quad (2)$$

式中: f_p 为给定输入信号频率; θ 为初始相位。

在时刻 $t = nT + T_1$ 处采样得到的样本信号为

$$x_{d0}[n] = x_0(nT + T_1) \quad (3)$$

因此有:

$$x_{d0}[n] = \sin[2\pi f_p(nT + T_1) + \theta] \quad (4)$$

将原始信号 $x_0(t)$ 与样本信号 $x_{d0}[n]$ 经过傅里叶变换转换为频域形式 $X_0(f)$ 和 $X_{d0}(f)$ 。又由“信号与系统”中的有关概念可知,样本信号 $X_{d0}(f)$ 是由原始信号 $X_0(f)$ 的频谱移位并叠加得到的以 f_s 为周期的周期函数,如图 3 所示。图中清晰反映出 $X_{d0}(f)$ 中除了有给定信号的频率 $\pm f_p$ 外,还包含了 $\pm f_p \pm k f_s$ ($k=1, 2, \dots$) 等其他频率分量。

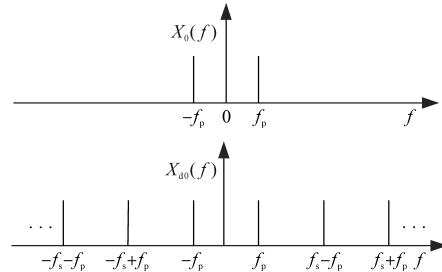


图 3 SPWM 比较器输入输出频谱分量

Fig.3 Input and output spectral components of the SPWM comparator

对于初始相位相同、频率不同的信号有:

$$x_{+p-ks}(t) = \sin[2\pi(f_p - kf_s)t + \theta] \quad (5)$$

$$x_{+p+ks}(t) = \sin[2\pi(f_p + kf_s)t + \theta] \quad (6)$$

在时刻 $t=nT+T_1$ 处采样可得:

$$x_{d+p-ks}[n] = \sin[2\pi f_p(nT + T_1) - 2k\pi \frac{T_1}{T} + \theta] \quad (7)$$

$$x_{d+p+ks}[n] = \sin[2\pi f_p(nT + T_1) + 2k\pi \frac{T_1}{T} + \theta] \quad (8)$$

可以看出,式(7)、式(8)之间仅仅存在 $\pm(2\pi kT_1)/T$ 相位差。那么将相位差提前加到原始信号的初相位上,则不同信号 $x_{+p+ks}(t)$, $x_{+p-ks}(t)$, $x_0(t)$ 在时刻 $t=nT+T_1$ 处由冲激串采样将会得到一样本信号。因此对样本 $x_d[n]$ 来说, $x_0(t)$, $x_{+p+ks}(t)$, $x_{+p-ks}(t)$ 都可以看成它的原始信号。可以推导出原始信号 $X_0(f)$ 与样本信号 $X_{d0}(f)$ 之间的关系如下:

$$\begin{cases} X_{d0}(f_p) = X_0(f_p) \\ X_{d0}(f_p - kf_s) = e^{j2k\pi \frac{T_1}{T}} X_0(f_p) \\ X_{d0}(f_p + kf_s) = e^{-j2k\pi \frac{T_1}{T}} X_0(f_p) \end{cases} \quad (9)$$

由式(9)可以得到AC-DC变换器中PWM比较器的一般化模型为

$$\begin{bmatrix} d(f_0) \\ d(f_0 - kf_s) \\ d(f_0 + kf_s) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-j2k\pi \frac{T_1}{T}} & e^{j2k\pi \frac{T_1}{T}} & \dots \\ e^{j2k\pi \frac{T_1}{T}} & 1 & e^{j4k\pi \frac{T_1}{T}} & \dots \\ e^{-j2k\pi \frac{T_1}{T}} & e^{-j4k\pi \frac{T_1}{T}} & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p(f_0) \\ i_p(f_0 - kf_s) \\ i_p(f_0 + kf_s) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (10)$$

式中: f_0 为给定电流频率。

本文中AC-DC变换器采用三角波作为载波,即 $T_1=T_2$ 时,PWM比较器模型为

$$\begin{bmatrix} d(f_0) \\ d(f_0 - kf_s) \\ d(f_0 + kf_s) \\ \vdots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & e^{-jk\pi} & e^{jk\pi} & \dots \\ e^{jk\pi} & 1 & e^{j2k\pi} & \dots \\ e^{-jk\pi} & e^{-j2k\pi} & 1 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_p(f_0) \\ i_p(f_0 - kf_s) \\ i_p(f_0 + kf_s) \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (11)$$

1.2 单相PWM整流器建模

单相PWM整流器拓扑结构如图4所示,其中

u_s 和 i_s 分别为网侧电压和电流, L_1 和 R_1 分别为网侧电感和电阻, u_{ab} 为 ab 端的输出电压, U_{dc} 为直流侧电压, L_2 和 C_2 构成直流侧的二次滤波电路, C_d 为支撑电容, R_L 为负载侧等效电阻。

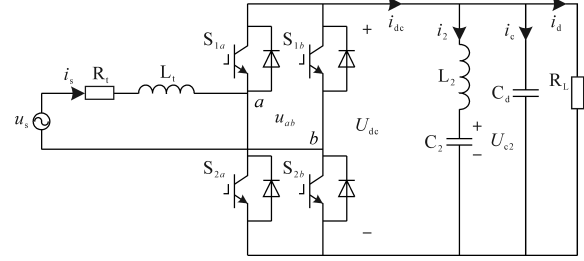


图4 单相PWM整流器拓扑结构图

Fig.4 Single-phase PWM rectifier topology

四象限整流器通常采用电压外环及电流内环闭环控制。其中电流内环控制为核心控制,其作用是使网侧电流跟踪电压环的输出电流进行伺服控制,一般采用PI控制。本文所用的电流内环控制框图如图5所示。电压外环输出电流为 i_s^* ,以此作为电流环输入,电流环输出电流为 i_s ,本文中分析时将忽略扰动电压 u_s , $G_i(s)$ 为PI控制环节, $1/(T_s+1)$ 为采样延时环节, $K_{PWM}/(0.5T_s+1)$ 为PWM比较器, $1/(L_s+R_1)$ 为阻抗。

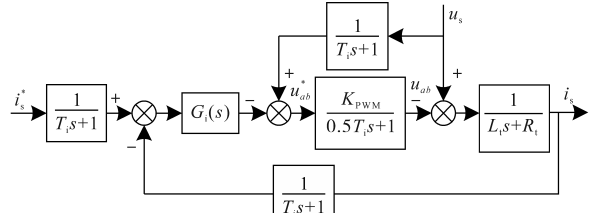


图5 电流内环控制框图

Fig.5 Block diagram of current inner loop control

图5中将PWM比较器当作线性环节处理,用于传统控制方式分析中。本节将所建PWM比较器的多频率矩阵模型应用于单相整流器,取代传统的等比例模型,建立单相整流器的多频率矩阵模型。

忽略图5中的外部扰动,并将每一环节定义为类似PWM比较器环节的矩阵,可得到PWM整流器电流内环的结构控制框图如图6所示。

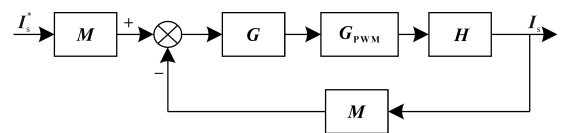


图6 电流内环结构框图

Fig.6 Block diagram of the current inner loop

图6中, M , G , H 分别表示延时环节、调节器及阻抗的对角矩阵模型,其表达式分别如下:

$$M = \begin{bmatrix} M(f_0) & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & M(f_0 - f_s) & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & M(f_0 + f_s) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$G = \begin{bmatrix} G(f_0) & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & G(f_0 - f_s) & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & G(f_0 + f_s) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$H = \begin{bmatrix} H(f_0) & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & H(f_0 - f_s) & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & H(f_0 + f_s) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$B = \begin{bmatrix} M(f_0)G(f_0)H(f_0) & M(f_0 - f_s)G(f_0 - f_s)H(f_0 - f_s)e^{-j\pi} & M(f_0 + f_s)G(f_0 + f_s)H(f_0 + f_s)e^{j\pi} & \cdots \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 - f_s)e^{j\pi} & M(f_0 - f_s)G(f_0 - f_s)H(f_0 - f_s) & M(f_0 + f_s)G(f_0 + f_s)H(f_0 + f_s)e^{j2\pi} & \cdots \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + f_s)e^{-j\pi} & M(f_0 - f_s)G(f_0 - f_s)H(f_0 - f_s)e^{-j2\pi} & M(f_0 + f_s)G(f_0 + f_s)H(f_0 + f_s) & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{bmatrix}$$

$$\Delta = 1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M(f_0 + kf_s)G(f_0 + kf_s)H(f_0 + kf_s)$$

式(17)即为所建立的单相PWM整流器的矩阵小信号模型。如果只考虑与输入中同频率的分量,即只考虑式(17)中的对角线元素,就会得到一个单输入单输出模型,其闭环传递函数为

$$G_c = \frac{1}{1 + \Delta} M(f_k)G(f_k)H(f_k) \quad (18)$$

其中

$$f_k = f_0 \pm kf_s \quad k=0, 1, 2, \dots; 0 < f_0 < f_s/2$$

当 $0 < f_k < f_s/2$ 时, $\Delta \approx M(f_0)G(f_0)H(f_0)$, 得到传统的平均小信号模型,表达式为

$$G_{c1} = \frac{M(f_k)G(f_k)H(f_k)}{1 + M(f_k)G(f_k)H(f_k)} \quad (19)$$

同理可知,多频率小信号模型的表达式为

$$G_{c2} = [M(f_k)G(f_k)H(f_k)] / [1 + M(f_k)G(f_k)H(f_k) + M(f_k - f_s)G(f_k - f_s)H(f_k - f_s)] \quad (20)$$

由上述分析可知,传统小信号建模可以由本文所建模型近似得到。

为了验证模型的正确性,在Matlab中搭建单相整流器仿真模型,参数如下:载波幅值 $V_m=1$ V, 载波周期 $T=0.0004$ s, 给定电流信号幅值 122.5 A, 网侧电感 2.3 mH, 电阻 0.068 Ω , 直流侧电容 3 000 μ F, 二次谐波电容 6 000 μ F, 二次谐波电感 0.42 mH, 负载电阻 10 Ω 。

图7分别对平均小信号模型、多频率小信号模型和单输入单输出的矩阵小信号模型进行了

根据图6的控制框图,可得其输入输出电流之间的关系为

$$I_s = HG_{PWM}GM(I_s^* - I_s) \quad (15)$$

整理后得:

$$I_s = (E + HG_{PWM}GM)^{-1}HG_{PWM}GM I_s^* \quad (16)$$

式中: E 为单位矩阵。

假设给定电流频率为 f_0 , 采用数学归纳法计算式(16)可得输出电流为

$$\begin{bmatrix} I_s(f_0) \\ I_s(f_0 - f_s) \\ I_s(f_0 + f_s) \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + \Delta} \cdot B \begin{bmatrix} I_s^*(f_0) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (17)$$

其中

仿真,并且与仿真数据进行了对比,仿真结果验证了模型的有效性。

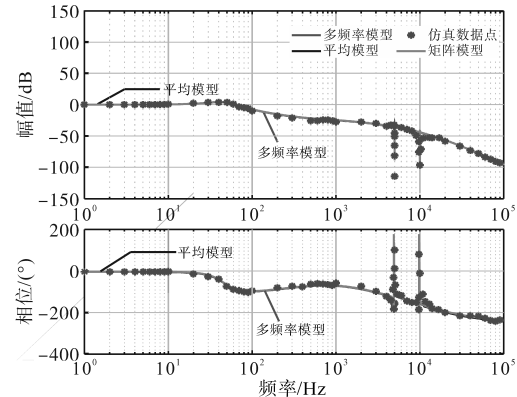


图7 闭环系统传递函数对比

Fig.7 Comparison of closed-loop system transfer functions

1.3 两台四象限整流器并联建模

两台四象限整流器并联拓扑如图8所示,假设两台整流器中各元件参数一致,第一台整流器开关频率为 f_{s1} , 交流侧电流为 i_{s1} , 第二台的开关频率为 f_{s2} , 交流侧电流为 i_{s2} 。动车组变流器实际控制采用的是电压电流双闭环控制,本文在分析时为了简便,只建立了电流内环模型,忽略了电压外环。

由图8可知并联四象限整流器交流侧输出总电流 I_s 计算如下:

$$I_s = I_{s1} + I_{s2} \quad (21)$$

结合所建单相PWM整流器的矩阵小信号模型,如式(17)所示,假设两个四象限整流器的给

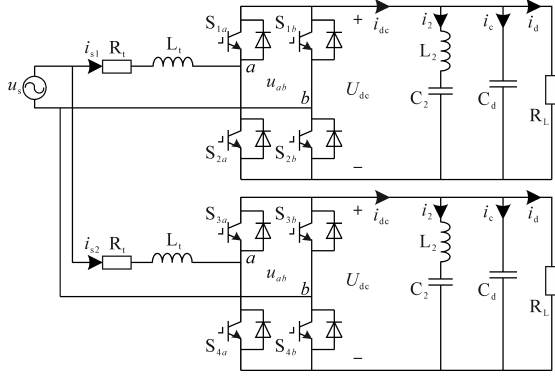


图8 四象限整流器并联拓扑图

Fig.8 Four-quadrant rectifier parallel topology

定电流为 $i_c(t) = I_c^* \sin(2\pi f_0 t + \theta)$, 其中 $0 < f_0 < f_s/2$, 由此可以得到 I_{s1} 及 I_{s2} 的表达式:

$$\begin{bmatrix} I_{s1}(f_0) \\ I_{s1}(f_0 - f_{s1}) \\ I_{s1}(f_0 + f_{s1}) \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + \Delta_1} \cdot B_1 \begin{bmatrix} I_c^*(f_0) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (22)$$

$$\begin{bmatrix} I_{s2}(f_0) \\ I_{s2}(f_0 - f_{s2}) \\ I_{s2}(f_0 + f_{s2}) \\ \vdots \end{bmatrix} = \frac{1}{1 + \Delta_2} \cdot B_2 \begin{bmatrix} I_c^*(f_0) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \quad (23)$$

则总输出电流为

$$\begin{aligned} I_s = I_{s1} + I_{s2} &= \begin{bmatrix} I_{s1}(f_0) \\ I_{s1}(f_0 - f_{s1}) \\ I_{s1}(f_0 + f_{s1}) \\ \vdots \\ I_{s1}(f_0 + qf_{s1}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} I_{s2}(f_0) \\ I_{s2}(f_0 - f_{s2}) \\ I_{s2}(f_0 + f_{s2}) \\ \vdots \\ I_{s2}(f_0 + qf_{s2}) \end{bmatrix} \\ &= \frac{1}{1 + \Delta_1} B_1 \begin{bmatrix} I_c^*(f_0) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} + \frac{1}{1 + \Delta_2} B_2 \begin{bmatrix} I_c^*(f_0) \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \\ &= \left\{ \frac{1}{1 + \Delta_1} \begin{bmatrix} M(f_0)G(f_0)H(f_0) \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 - f_{s1})e^{j\pi} \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + f_{s1})e^{-j\pi} \\ \vdots \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + qf_{s1})e^{-jqj\pi} \end{bmatrix} + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{1 + \Delta_2} \begin{bmatrix} M(f_0)G(f_0)H(f_0) \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 - f_{s2})e^{j\pi} \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + f_{s2})e^{-j\pi} \\ \vdots \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + qf_{s2})e^{-jqj\pi} \end{bmatrix} \right\} I_c^*(f_0) \end{aligned} \quad (24)$$

其中

$$\Delta_1 = 1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M(f_0 + kf_{s1})G(f_0 + kf_{s1})H(f_0 + kf_{s1}) \quad (25)$$

$$\Delta_2 = 1 + \sum_{k=-\infty}^{+\infty} M(f_0 + kf_{s2})G(f_0 + kf_{s2})H(f_0 + kf_{s2}) \quad (26)$$

式(24)即为并联四象限整流器的矩阵小信号模型。

下面对于得到的并联四象限整流器的矩阵小信号模型进行验证。在式(24)所得到的并联四象限整流器模型中, $I_c^*(f_0)$ 为正弦给定电流, 无谐波。因此矩阵 B_1 及 B_2 只取第一列, 称其为矩阵 C_1, C_2 , 即

$$\begin{cases} C_1 = \begin{bmatrix} M(f_0)G(f_0)H(f_0) \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 - f_{s1})e^{j\pi} \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + f_{s1})e^{-j\pi} \\ \vdots \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + qf_{s1})e^{-jqj\pi} \end{bmatrix} \\ C_2 = \begin{bmatrix} M(f_0)G(f_0)H(f_0) \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 - f_{s2})e^{j\pi} \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + f_{s2})e^{-j\pi} \\ \vdots \\ M(f_0)G(f_0)H(f_0 + qf_{s2})e^{-jqj\pi} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (27)$$

在计算时, 可将其第一行视为基波系数, 其余行皆视为谐波信号, 例如 C_1 第二行表示频率为 $f_0 - f_{s1}$ 的正弦谐波信号。而四象限整流器输出电流 I_s 则是基波电流与所有谐波电流的总和。并且, 由以上分析可知 $q = \pm 1$ 时的谐波电流含量最多, 随着 q 的增大, 谐波含量快速减少, 为了计算方便, 分析时只取 $q = \pm 1, \pm 2, \pm 3$ 。

假设给定电流为 $I_c^*(f_0) = A \sin(2\pi f_0 t)$, 取 $A = 1225$ A, $f_0 = 50$ Hz。利用所建模型进行差频振荡计算分析, 当两台四象限整流器开关频率一样, 且都设置为 350 Hz 时, 其交流侧总电流 I_s 波形及其 FFT 分析如图 9 所示。可以看出, 交流侧波形呈现稳定状态, 其高次谐波出现在二倍开关频率附近, 且 $2f_s \pm 50$ 处谐波最多; 当两台四象限整流器的频率分别为 349 Hz, 350 Hz 和 348 Hz, 350 Hz 时, 交流侧的总电流波形如图 10 所示, 图中出现了明显的二倍频率差的低频振荡现象。

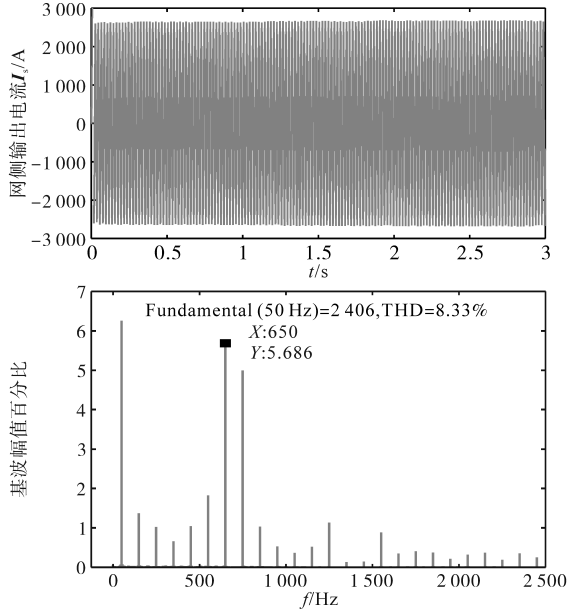


图9 模型计算得到的开关频率皆为350 Hz时的交流侧电流及其FFT分析

Fig.9 AC side current and FFT analysis when the switching frequency is 350 Hz during model calculation

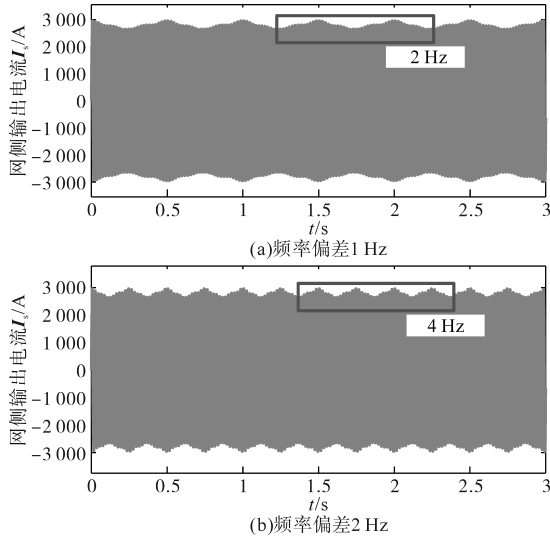


图10 模型计算得到的开关频率偏差为1 Hz及2 Hz时的交流侧电流

Fig.10 AC side current when the switching frequency difference is 1 Hz and 2 Hz during model calculation

2 不同动车组混跑时差频振荡分析

2.1 差频振荡原因

分析差频振荡现象首先分析其产生的原因,当开关频率存在偏差时为何会出现低频振荡?下面将根据其概念详细分析其产生的原因。

假设有两个频率分别为 ω_1 和 ω_2 的电流,其初始相位都为零:

$$i_1 = I_1 \cos(\omega_1 t) \quad (28)$$

$$i_2 = I_2 \cos(\omega_2 t) \quad (29)$$

且有 $\omega_1 + \omega_2 \gg |\omega_2 - \omega_1|$,为了分析更加简便,令两个电流幅值相等,即 $I_1 = I_2 = I$,两电流叠加后,其合成电流为

$$\begin{aligned} i &= i_1 + i_2 = I \cos(\omega_1 t) + I \cos(\omega_2 t) \\ &= 2I \cos\left(\frac{\omega_2 - \omega_1}{2} t\right) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \end{aligned} \quad (30)$$

$\omega_1 + \omega_2 \gg |\omega_2 - \omega_1|$,因此可以将 $2I \cos[(\omega_2 - \omega_1)t/2]$ 视作合成电流的振幅,此时其频率为 $(\omega_1 + \omega_2)/2$,即合成电流可以表示为

$$i = i_{\text{合}}(t) \cos\left(\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t\right) \quad (31)$$

如此合成的电流,其合成振幅会呈现周期性振荡,且振荡的频率为 $|f_2 - f_1|$ 。因此该振荡现象被称为差频振荡。差频振荡现象虽然合成波形复杂,但是从其本质看,仅仅是两个频率叠加的效果,在这个过程中并没有产生新的频率,因此对其合成电流做FFT分析时,不会出现 $|f_2 - f_1|$ 的频谱。

上面解释了简单线性叠加产生差频振荡的原因,下面将从所建数学模型的角度分析不同动车组混跑时产生差频振荡的原因。

本文用一个四象限整流器代表一台动车,那么两台不同动车组混跑可以用两个四象限整流器并联代表。首先,根据所得模型式(24)的物理意义将其转换为正弦形式,即给定电流 $I_c^*(f_0) = A \sin(2\pi f_0 t)$,矩阵 C_1, C_2 中元素视为基波或谐波信号,以此进行简化计算,得到下式:

$$\begin{aligned} I_q &= 2a_2 \sin[2\pi f_0 t - \pi(f_{s1} + f_{s2})t - \frac{b_2 + b_{21}}{2}] \cdot \\ &\quad \cos[\pi(f_{s2} - f_{s1})t + (b_2 - b_{21})] + \\ &\quad 2a_3 \sin[2\pi f_0 t + \pi(f_{s1} + f_{s2})t + \frac{b_3 + b_{31}}{2}] \cdot \\ &\quad \cos[\pi(f_{s2} - f_{s1})t + (b_3 - b_{31})] + \\ &\quad 2a_4 \sin[2\pi f_0 t - 2(f_{s1} + f_{s2})t + \frac{b_4 + b_{41}}{2}] \cdot \\ &\quad \cos[2\pi(f_{s2} - f_{s1})t + (b_4 - b_{41})] + \\ &\quad 2a_5 \sin[2\pi f_0 t + 2\pi(f_{s1} + f_{s2})t - \frac{b_5 + b_{51}}{2}] \cdot \\ &\quad \cos[2\pi(f_{s2} - f_{s1})t + (b_5 - b_{51})] + \\ &\quad \dots \end{aligned} \quad (32)$$

式中: I_q 为交流侧电流之和; $a_2 \sim a_5, b_2 \sim b_5, b_{21} \sim b_{51}$ 为不同频率电流时对应的常量。

可以看出其结果中包含频率为 $(f_{s2}-f_{s1})$ 的正弦信号,和上面分析差频振荡现象推导结果一致,因此其波形中会出现频率为 $(f_{s2}-f_{s1})$ 的低频振荡,即差频振荡。

2.2 参数对差频振荡影响分析

本小节将分析频率差、开关频率、交流侧电感及电流环比例参数 K_p 等对差频振荡的影响。

2.2.1 频率差

频率差是造成差频振荡的唯一因素,差频振荡属于低频振荡的一种,因此对其分析时可以从振荡频率和幅值两方面进行。经过仿真模拟和模型计算,得到振荡频率与开关频率差之间的关系,如图11a所示,且无论开关频率取值多少,该曲线关系都适用。因此可以看出振荡频率总是频率差的2倍,且其只与频率差有关,与开关频率无关。

为了确定频率差对振荡幅值的影响,将一台四象限整流器的开关频率设置为350 Hz,另一台与其开关频率分别相差1 Hz,2 Hz,3 Hz,4 Hz,5 Hz,模型计算结果与电流单闭环控制仿真的振荡幅值的变化规律曲线如图11b所示。可以看出,差频振荡的振荡幅值与频率差关系不大,随着频率差的增大振荡幅值基本不变。计算结果与仿真结果的变化趋势一致。由差频振荡现象原因分析中可知差频振荡现象与电流中包含的高次谐

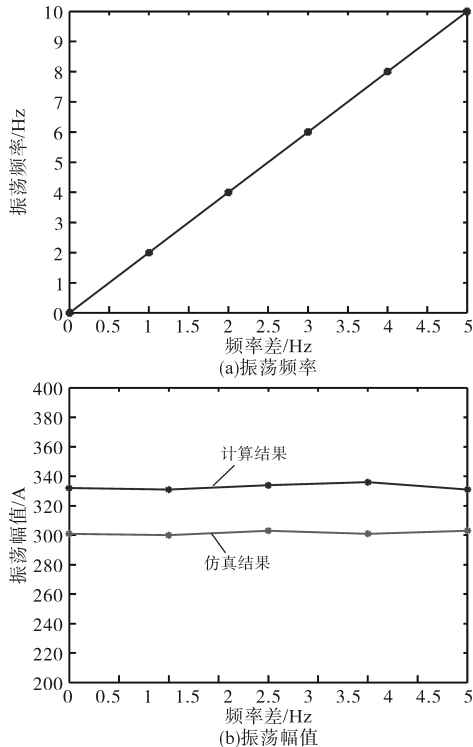


图11 频率差对振荡的影响规律

Fig.11 Effect of frequency deviation on oscillation

波有关。模型计算中由于忽略部分因素,其包含高次谐波最多,其振荡幅值也最大。

2.2.2 开关频率

为了准确地表示开关频率与差频振荡振幅之间的关系,取四象限整流器的开关频率分别为300 Hz,400 Hz,500 Hz,600 Hz,700 Hz,800 Hz,900 Hz,1 000 Hz,并使其频率差保持在1 Hz。振荡幅值变化规律如图12所示,可以看出二者的变化趋势一致,随着开关频率的增加,差频振荡幅值逐渐减小。

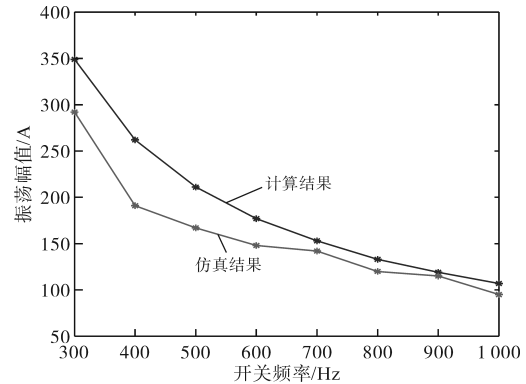


图12 振荡幅值随开关频率变化规律

Fig.12 Variation of oscillation amplitude with switching frequency

2.2.3 电感

在分析整流器交流侧电流时,通常都会分析交流侧电感的影响。从式(24)可以看出,电感值变化会对交流侧电流 I_s 造成影响,当开关频率和频率差保持不变时,取网侧电感1~10 mH,得到差频振荡振幅及电流 I_s 的有效值如图13所示,随着电感的增大,差频振荡的幅值越来越小。

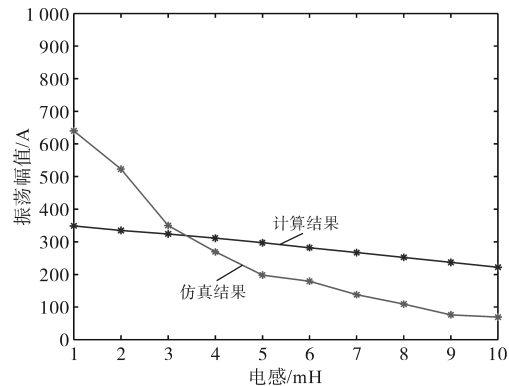


图13 电感对差频振荡幅值的影响曲线

Fig.13 Influence of inductance on amplitude of differential frequency oscillation

2.2.4 电流环参数 K_p

图14反映了差频振荡幅值随 K_p 变化的规律。可以看出,随着 K_p 的增加,差频振荡幅值是逐渐增大后趋于稳定。

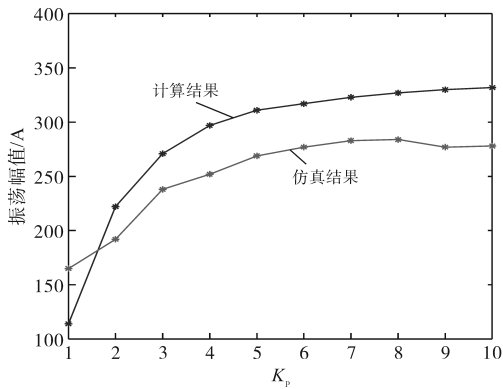


图 14 K_p 对差频振荡幅值的影响曲线
Fig.14 Effect curves of K_p on amplitude of differential frequency oscillation

3 实验结果

为了验证本文介绍的动车组混跑时差频振荡理论模型及其规律的正确性,参照图 8 搭建了四象限脉冲整流器并联实验平台。

实验平台如图 15 所示。其中,PC 机 1 通过 TCP/IP 协议将并联四象限脉冲整流器系统的拓扑模型下载到 RT-LAB 中;PC 机 2 将编译好的控制算法程序下载到 NI cRIO-9030 控制器中。控制器与 RT-LAB 的信号传输通过转接板实现,采样信号是由 RT-LAB 中的 OP5330 板卡输出 ± 10 V 的模拟量信号,通过转接板将其传输给控制器,控制器的 A/D 部分选择 NI 9220 板卡;控制器计算完成后通过 NI 9401 板卡将开关波信号传输给 RT-LAB,RT-LAB 的数字量输入板卡 OP5353 可以接收到 SPWM 信号,完成系统的闭环控制。该平台包含 4 通道示波器一台,可以对并联四象限脉冲整流器系统中的电压、电流信号进行实时监测。

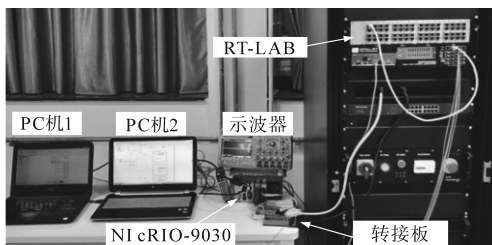


图 15 实验平台
Fig.15 Experimental platform

首先进行单个整流器的实验验证。实验参数如下:交流电压 300 V,网侧电感 4 mH,负载 10Ω 。其交流侧电压、电流波形及直流侧电压波形如图 16 所示。交流侧电压和电流波形几乎不存在相位差,说明该整流器实现了单位功率运行的目的。

直流侧电压稳定在 300 V,基本上没有纹波。

两台四象限整流器并联实验时,首先将其开关频率都设置为 300 Hz。并联系统的交流侧电流如图 17 所示。可以看出图中电流波形正常,没有出现振荡现象。

其次,将并联系统中的其中一台整流器的开关频率依次设置为 299 Hz 以及 298 Hz,另一台保持 300 Hz 不变,分别测量其交流侧电流,波形如图 18 和图 19 所示。可以看出其交流侧电流在开关频率差为 1 Hz,2 Hz 时分别发生了 2 Hz,4 Hz 的低频振荡,与分析结果一致。

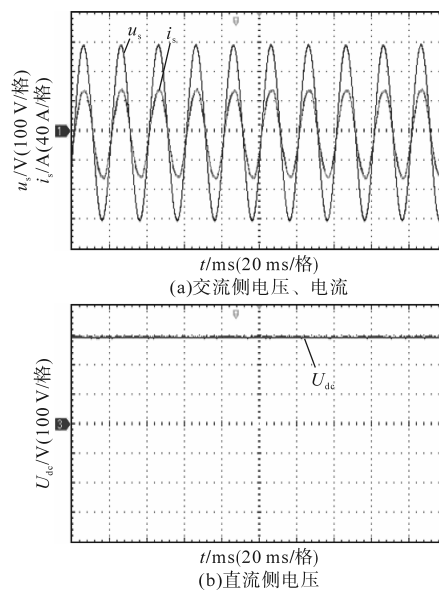


图 16 单个整流器的电压电流波形

Fig.16 Voltage and current waveforms of a single rectifier

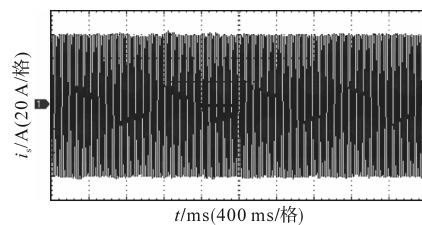


图 17 开关频率相同时并联整流器的交流电流波形
Fig.17 AC current waveform of two parallel rectifiers with the same switching frequency

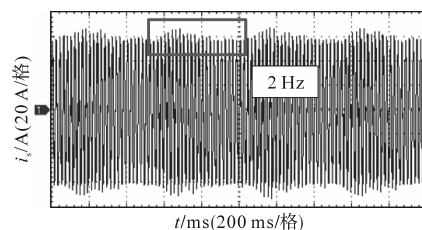


图 18 开关频率分别为 300 Hz 和 299 Hz 时的交流电流波形
Fig.18 AC current waveform at switching frequencies of 300 Hz and 299 Hz

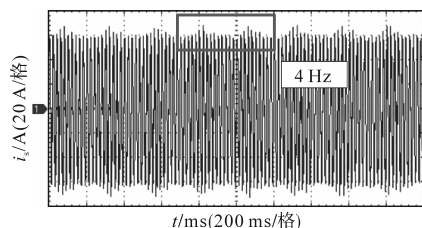


图19 开关频率分别为300 Hz和298 Hz时的交流电流波形

Fig.19 AC current waveform at switching frequencies of 300 Hz and 298 Hz

4 结论

本文建立了单个及并联四象限整流器的多频率矩阵小信号模型,分析不同动车组混跑时牵引电网中电流的差频振荡原因以及振荡规律,得到如下结论:

1)频率差是造成差频振荡的唯一因素,振荡频率总是为频率差的2倍,且其只与频率差有关,与开关频率无关;

2)随着开关频率的增大,差频振荡的幅值逐渐减小;

3)随着电感的增大,差频振荡的幅值逐渐减小;

4)随着 K_p 的增加,差频振荡幅值先逐渐增大后趋于稳定。

最后,通过仿真与实验验证了本文所建模型及理论分析的正确性。

参考文献

- [1] 南翔开闭所CRH1067接触网电压电流测试报告[R]. 北京:中国铁道科学研究院,2010.
CRH1067 contact network voltage and current test report for Nanxiang Switching Station[R]. Beijing: China Academy of Railway Sciences,2010.
- [2] HE Zhengyou, HU Haitao, ZHANG Yangfan, et al. Harmonic resonance assessment to traction power-supply system considering train model in China high-speed railway[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2014, 29 (4): 1735-1743.
- [3] 徐州北机务段. 接触网电压波动测试报告[R]. 北京:中国铁道科学研究院,2011.
Xuzhou North Locomotive Depot. Test report on voltage fluctuation of contact system[R]. Beijing: China Academy of Railway Sciences,2011.
- [4] 王晖,吴命利. 动车组引起牵引供电系统网压低频振荡现象测试及分析[C]//中国高等学校电力系统及其自动化专业学术年会,2011.
WANG Hui, WU Mingli. Testing and analysis of low frequency voltage oscillation in the traction power supply system caused by multiple unit trains[C]//Academic Annual Conference of Power System and Automation in Chinese Higher Education Institutions,2011.
- [5] 杨志鹏,孙刚,张文轩,等. 接触网电压低频波动特征研究[J]. 电气化铁道,2018,29(5):33-36.
YANG Zhipeng, SUN Gang, ZHANG Wenxuan, et al. Researches of OCS voltage low frequency fluctuation characteristics[J]. Electric Railway, 2018, 29 (5): 33-36.
- [6] 金程,王小君,姚超,等. 基于改进禁区判据的电气化铁路车网耦合系统稳定性研究[J]. 电工技术学报, 2021, 36(21): 4459-4469.
JIN Cheng, WANG Xiaojun, YAO Chao, et al. Research on stability of electrified railway train-network coupling system based on improved forbidden region criterion[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2021, 36 (21): 4459-4469.
- [7] 夏雯,王浩宇,孟祥宇,等. 高速铁路客货混跑车网耦合系统电气稳定性研究[J]. 电网技术, 2021, 45(12): 4837-4848.
XIA Wen, WANG Haoyu, MENG Xiangyu, et al. Vehicle-grid coupling system electrical stability for high-speed railways with mixed passenger and freight traffic[J]. Power System Technology, 2021, 45 (12): 4837-4848.
- [8] 郑琼林. 交流传动HXD1电力机车谐振原因分析与对策[J]. 变频器世界, 2008(4): 275-281.
ZHENG Qionglin. A probe on causes and solutions of the HXD1 AC locomotive's resonance[J]. The World of Inverters, 2008 (4): 275-281.
- [9] CARSTEN Heising, MARTIN Oettmeier, ROMAN Bartelt, et al. Single-phase 50-kW 16.7-Hz PI-controlled four-quadrant line-side converter lab model fed by rotary converter[C]//Compatibility & Power Electronics, 2009.
- [10] LEE Hanmin, LEE Changwu, JANG Gilsoo, et al. Harmonic analysis of the Korean high-speed railway using the eight-port representation model[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2006, 26(2): 979-986.
- [11] HU Haitao, GAO Shibin, HE Zhengyou, et al. Harmonic resonance evaluation for hub traction substation consisting of multiple high-speed railways[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2017, 32(2): 910-920.
- [12] JIANG Xiaofeng, HU Haitao, HE Zhengyou, et al. Study on low-frequency voltage fluctuation of traction power supply system introduced by multiple modern trains[J]. Electric Power Systems Research, 2017, 146: 246-257.
- [13] 姜晓锋,胡海涛,何正友,等. 基于阻抗分析法的牵引供电低频网压波动研究[J]. 铁道学报, 2017(12): 23-31.
JIANG Xiaofeng, HU Haitao, HE Zhengyou, et al. Study on low frequency voltage fluctuation for traction power supply based on impedance analysis method[J]. Journal of the China Railway Society, 2017 (12): 23-31.
- [14] LIU Zhigang, ZHANG Guinan, LIAO Yicheng. Stability research of high-speed railway EMUs and traction network cascade system considering impedance matching[J]. IEEE Transactions on Industry Applications, 2016, 52(5): 4315-4326.

- [15] HU Haitao, HE Zhengyou, ZHANG Yangfan, et al. Modal frequency sensitivity analysis and application using complex nodal matrix[J]. IEEE Transactions on Power Delivery, 2014, 29 (2):969-971.
- [16] 何正友,胡海涛,方雷,等. 高速铁路牵引供电系统谐波及其传输特性研究[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(16):55-62.
HE Zhengyou, HU Haitao, FANG Lei, et al. Research on the harmonic in high-speed railway traction power supply system and its transmission characteristic[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31 (16):55-62.
- [17] 连巧娜. 高速列车四象限变流器低频振荡现象研究[D]. 北京:北京交通大学, 2016.
LIAN Qiaona. Research on low-frequency oscillation of four-quadrant converter in high-speed trains[D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2016.
- [18] WESTER G W, MIDDLEBROOK R D. Low-frequency characterization of switched DC-DC converters[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1973(3):376-385.
- [19] MIDDLEBROOK R D. Small-signal modeling of pulsewidth modulated switched-mode power converters[J]. Proceedings of the IEEE, 1988, 76(4):343-354.
- [20] VORPÉRIAN V. Simplified analysis of PWM converters using model of PWM switch. II : continuous conduction mode[J]. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, 1990, 26(3):497-505.
- [21] XU Jianping, YU Juebang. An extension of time averaging equivalent circuit analysis for DC-DC converters[C]//IEEE International Symposium on Circuits and Systems, 1989: 2060-2063.
- [22] CZARKOWSKI D, KAZIMIERCZUK M K. A new and systematic method of modeling PWM DC-DC converters[C]//IEEE International Conference on Systems Engineering, 1992: 628-631.
- [23] QIU Yang, XU Ming, YAO Kaiwei, et al. The multi-frequency small-signal model for buck and multiphase interleaving buck converters[C]//Applied Power Electronics Conference and Exposition, Austin, 2005:392-398.
- [24] LI J. Current-mode control: modeling and its digital application [D]. Virginia: Virginia Polytechnic Institute and State University, 2009.
- [25] 钱强,魏琦,谢少军,等. 单相并网逆变器多频阻抗模型及其在谐振环流分析中的应用[J]. 电力系统自动化, 2019, 43 (15):158-164.
QIAN Qiang, WEI Qi, XIE Shaojun, et al. Multi-frequency impedance model of single phase grid connected inverter and its application in analysis of resonant circulating current[J]. Automation of Electric Power Systems, 2019, 43 (15):158-164.
- [26] 岳小龙,卓放,杨书豪,等. Buck变换器的多频率矩阵模型及其在分布式供电系统中的应用[J]. 电工技术学报, 2017, 32(4):251-259.
YUE Xiaolong, ZHUO Fang, YANG Shuhao, et al. A multifrequency matrix model for Buck converters and its application in distributed power system[J]. Transactions of China Electrotechnical Society, 2017, 32 (4):251-259.
- [27] 岳小龙,卓放,杨书豪. PWM比较器的采样模型及其矩阵描述[J]. 电气工程学报, 2015, 10(4):46-52.
YUE Xiaolong, ZHUO Fang, YANG Shuhao. Sampling model and its matrix description for PWM comparators[J]. Chinese Journal of Electrical Engineering, 2015, 10 (4):46-52.

收稿日期:2023-06-07

修改稿日期:2023-07-23